Une certaine science,
entre surprises et contre-intuition

Régis Olry, md

Professeur titulaire
Département d'Anatomie

À l'image de toute activité humaine, la science a ses nécessaires routines mais aussi ses réjouissantes exceptions. Ce sont justement d'exceptions que nous allons parler lors de cette rencontre. Exceptions qui questionnent (pertinence, nouvelles voies d'accès et de diffusion), assombrissent (fraudes, inféodations), ou au contraire illuminent le visage de la recherche actuelle (outils surprenants, preuves impossibles, puissance du contre-intuitif). Quel que soit le domaine de recherche auquel on se consacre, cette présentation invite à une excursion au-delà d'une science quotidienne, une rare occasion de découvrir quelques étonnantes facettes de la science actuelle.

Une certaine science,
entre surprises et contre-intuition

Régis Olry, md

Professeur titulaire
Département d’Anatomie

Pertinence.

Fraudes scientifiques.

Voies de diffusion.

Incrémentation.

Nombres incroyables.

Incomplétude et indécidabilité.

Aux extrêmes du contre-intuitif.

1. Pertinence

1. Pertinence

Philipp von Jolly

(1809-1884)

Philipp von Jolly
1874

Cela ne vaut plus tellement la peine de faire de la physique. Dans ce domaine, presque tout a déjà été découvert.

Lightman A.P. (2005) The discoveries: great breakthroughs in twentieth-century science, including the original papers. Toronto, Alfred A. Knopf Canada, p. 8.

1. Pertinence

Max Planck

(1858-1947)

Philipp von Jolly

1874

Cela ne vaut plus tellement la peine de faire de la physique. Dans ce domaine, presque tout a déjà été découvert.

Lightman A.P. (2005) The discoveries: great breakthroughs in twentieth-century science, including the original papers. Toronto, Alfred A. Knopf Canada, p. 8.

1. Pertinence

Thomas J. Watson

(1874-1956)

Thomas J. Watson
1943

Marché mondial des ordinateurs
évalué à 5 unités.

Kaku M. (2014) Une brève histoire du futur.
Comment la science va changer le monde.
Paris, Flammarion, p. 13.

1. Pertinence

Stephen Hawking

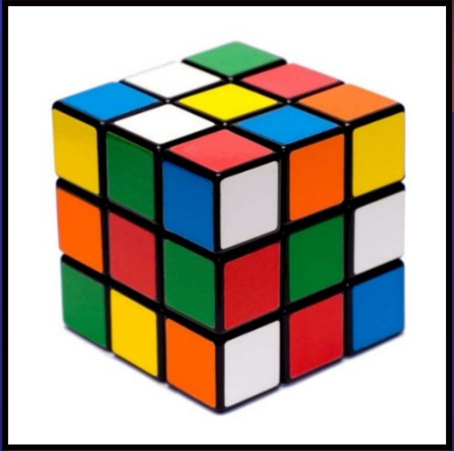
(1942-2018)

Stephen Hawking
1989

Ce désir de savoir, chevillé à l'humanité, est une justification suffisante pour que notre quête continue.

Hawking S. (1989) Une brève histoire du temps. Paris, Flammarion, p. 29.

1. Pertinence

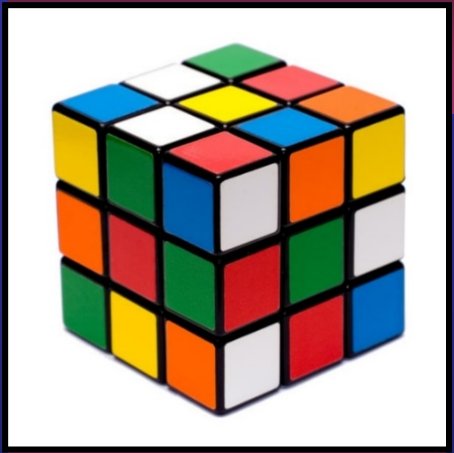


Rubik's Cube 3-3-3

1974

43 252 003 274 489 856 000 configurations.

Quel est le nombre maximal de mouvements qui le reconstituent, quelle que soit la situation de départ?



Tomas Rokicki

Herbert Kociemba

Morley Davidson

John Dethridge

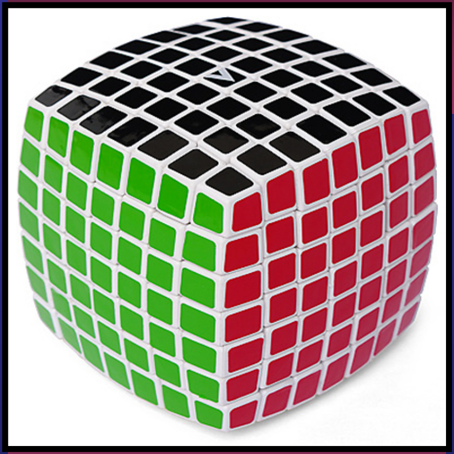
Rubik’s Cube 3-3-3

2010

20 mouvements au maximum.

35 années de calculs d’un ordinateur de bureau.

Jean-Paul Delahaye (2014) Inventions mathématiques.
Paris, Belin, pp. 84-91.



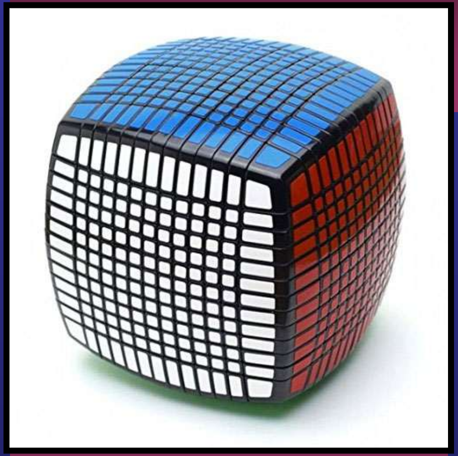
1. Pertinence

Rubik's Cube 7-7-7

195 x 10^158 configurations.

Combien de mouvements maximum?

1. Pertinence



Rubik’s Cube 13-13-13

87 x 10^602 configurations.

Combien de mouvements maximum?

Euclide

(ca. 300 av. J.-C.)

Nombres premiers

Caractéristiques

Deux diviseurs différents (1 et lui-même).

Il en existe une infinité.

Euclide (vers 300 av. J.-C.) Éléments,
proposition 20 du livre IX.

Marin Mersenne

(1588-1648)

1. Pertinence

Nombres premiers

Le plus grand connu

7 décembre 2018.

51e nombre de Mersenne.

2^(82 589 933) - 1

Constitué de 24 862 048 chiffres.

1. Pertinence

Nombres premiers

Sécuriser les transactions financières en ligne

PayPal

6 100 000 000 de transactions par an

(193 par seconde)

1. Pertinence

Nombres premiers

Sécuriser les transactions financières en ligne

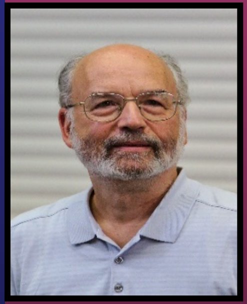
Visa

52 570 000 000 de transactions par an

(1667 par seconde)

1. Pertinence

R. Rivest



A. Shamir

L. Adleman

Nombres premiers

Cryptographie RSA (1978)

A Method for Obtaining Digital Signatures and Public-Key Cryptosystems.

Communications of the Association for Computing Machinery 21 (2): 120-126.

1. Pertinence

Nombres premiers

Cryptographie RSA (1978)

Soit N un nombre semipremier tel que $N = P \times Q$
P et Q doivent être différents et très grands
N s'appelle un nombre RSA

Principe de cryptographie asymétrique
Très facile d'obtenir N en connaissant P et Q
Très difficile de trouver P et Q en connaissant N

1. Pertinence

P

36746043666799590428244633799627952632279158164343087642676032283815739666511279233373417143396810270092798736308917

1. Pertinence

P

3674604366679959042824463379962795263227915816434308764267603228381573966651127923337341714339681027009279873630891 7

$\times$

Q

334780716989568987860441698482126908177047949837137685689124313889828837938780022876147116525317430877378144679994 89

1. Pertinence

P

3674604366679959042824463379962795263227915816434308764267603228381573966651127923337341714339681027009279873630 8917

×

Q

3347807169895689878604416984821269081770479498371376856891243138898288379387800228761471165253174308773781446799 9489

=

N

1230186684530117755130494958384962720772853569595334792197322452151726400507263657518745202199786469389956474942774063845925192557326303453731548268507917026122142913461670429214311602221240492747377940806653514195974598569021434 13

RSA-768

Une fraction
de seconde

https://www.dcode.fr/multiplication-grands-nombres

1. Pertinence

N

1230186684530117755130494958384962720772
8535695953347921973224521517264005072636
5751874520219978646938995647494277406
3845925192557326303453731548268507917026
1221429134616704292143116022212404927474
7377940806653514195974598569021434 13

RSA-768

1. Pertinence

Un ordinateur 2,2 GHz
2000 ans

P

36746043666799590428244633799627952632279158164343087642676032283815739666511279233373417143396810270092798736308917

$\times$

Q

33478071698956898786044169848212690817704794983713768568912431388982883793878002287614711652531743087737814467999489

$=$

N

1230186684530117755130494958384962720772853569595334792197322452151726400507263657518745202199786469389956474942774063845925192557326303453731548268507917026122142913461670429214311602221240492747377940806653514195974598569021434 13

RSA-768

1. Pertinence

Des centaines ensemble

2,5 ans

(2009)

 EPFL

 CWI

 NTT

 U. De Bonn

 INRIA

P

367460436667995904282446337996279526322
791581643430876426760322838157396665112
792333734171433968102700927987363089 17

$\times$

Q

334780716989568987860441698482126908177
047949837137685689124313889828837938780
022876147116525317430877378144679994 89

$=$

N

123018668453011775513049495838496272077
285356959533479219732245215172640050726
365751874520219978646938995647494277406
384592519255732630345373154826850791702
612214291346167042921431160222124049274
737794080665351419597459856902143413

RSA-768

Nombres premiers

Pourquoi continuer?

On connaît un nombre premier
de presque 25 millions de chiffres.

On est incapable de factoriser un nombre
semipremier de plusieurs milliers de chiffres.

1. Pertinence

Nombres premiers

Pourquoi continuer?

Ordinateur classique casse RSA-768 en 2000 ans.

Ordinateur quantique casse RSA-768 en 0,2 seconde.

1. Pertinence

Jean-Henri Lambert

(1728-1777)

Décimales du nombre π

1761

Irrationnel.

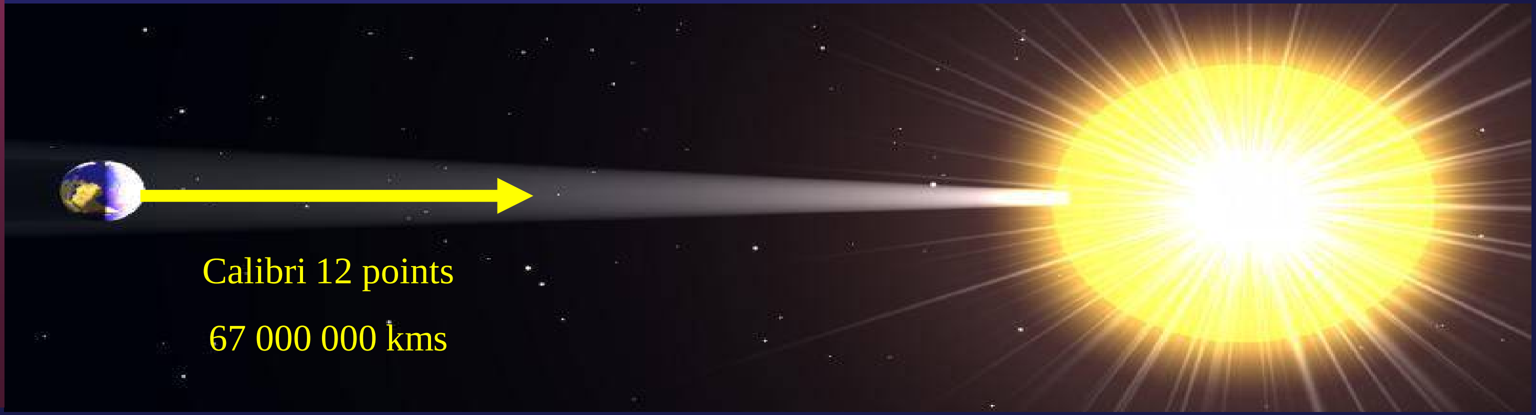
Décimales du nombre π

14 mars 2019, Emma Aruka Iwao

31 415 926 535 897 décimales connues.

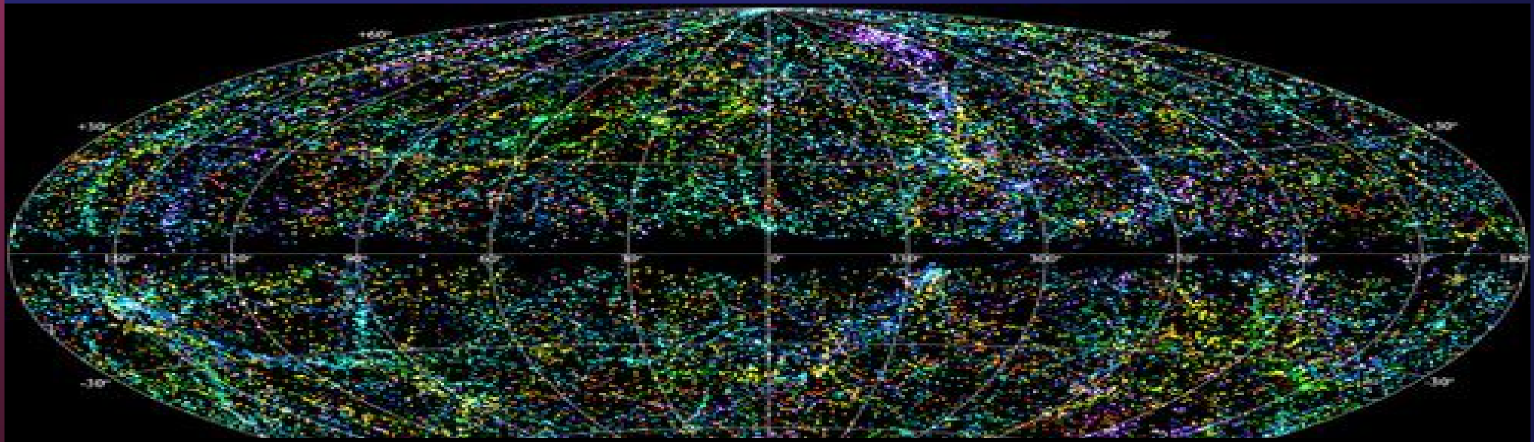
1. Pertinence

Décimales du nombre π



1. Pertinence

Décimales du nombre π

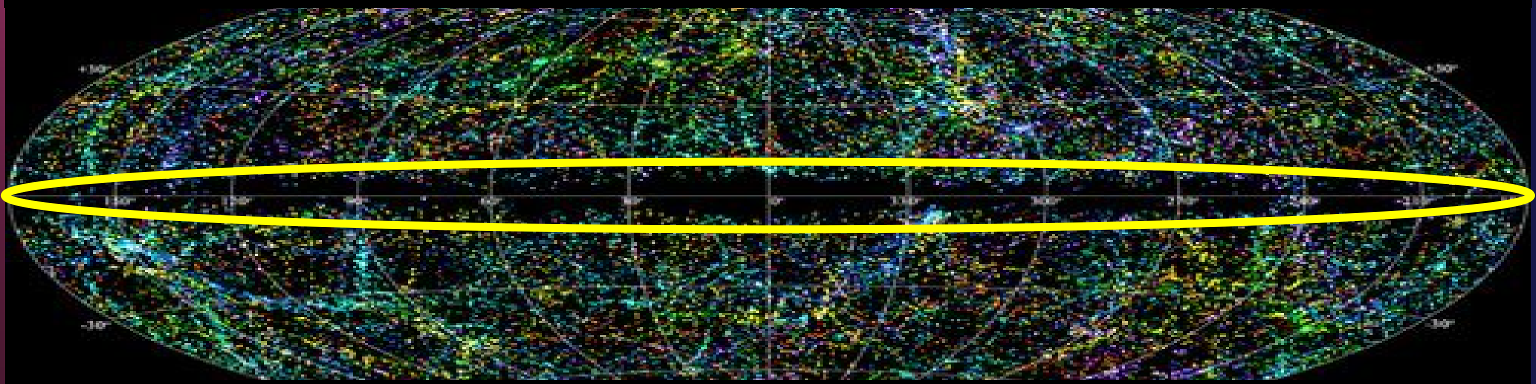


$\pi \approx 3{,}141592653589793238462643383279592884197$

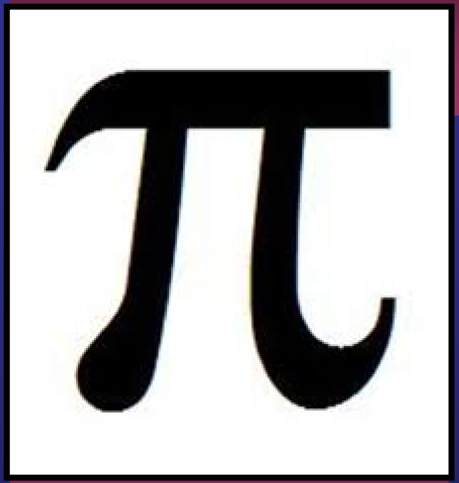
1. Pertinence

Décimales du nombre π

Précision = rayon d’un atome d’hydrogène



$\pi \approx 3{,}141592653589793238462643383279592884197$



1. Pertinence

Décimales du nombre π

Maximum calculable et mémorisable
sur support physique = 10^77 décimales.

Jean-Paul Delahaye (2018) Le fascinant nombre π.
Paris, Belin, p. 257.

2. Fraudes scientifiques

Anciennes

Récentes

Actuelles

2. Fraudes scientifiques anciennes

Claude Ptolémée

(ca. 100-ca. 170)

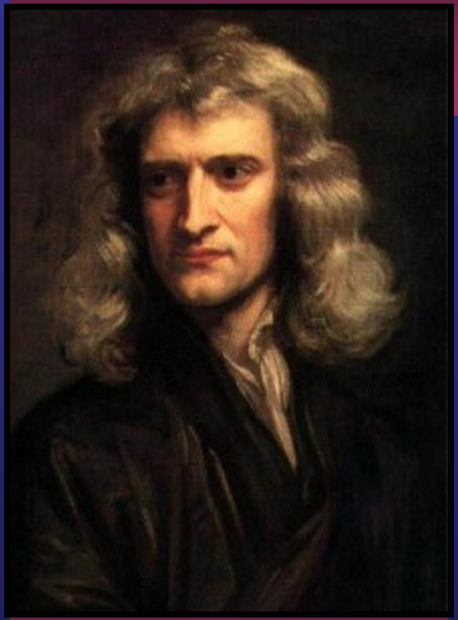
Robert R. Newton

1977

Mesures non réellement effectuées.
Démonstrations à rebours.
Résultats copiés chez Hipparque de Rhodes.

The Crime of Claudius Ptolemy.
Baltimore, Johns Hopkins University Press.

2. Fraudes scientifiques anciennes



Isaac Newton

(1643-1727)

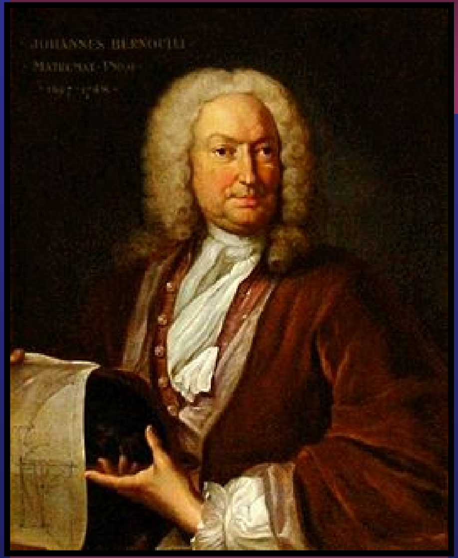
Richard S. Westfall

1973

Retouche ses calculs sur la vitesse du son,
ses résultats sur la précession des équinoxes,
et sa variable dans sa théorie de la
gravitation.

Newton and the Fudge Factor.
Science 179: 751-758.

2. Fraudes scientifiques anciennes



Johann Bernoulli

(1667-1748)

Clifford Ambrose Truesdell

1960

Copie l’équation de Bernoulli de son fils Daniel.
Fait antidater son propre traité.

In: Introduction à l’Opera Omnia d’Euler. Zurich, Orell Füssli, série II, vol. II, p. xxxv.

2. Fraudes scientifiques anciennes

Gregor Mendel

(1822-1884)

Curt Stern et Eva R. Sherwood

1966

Résultats trop parfaits pour être authentiques.
Conception présente avant ses expériences?

The Origin of Genetics: A Mendel Source Book.
San Francisco, W.H. Freeman and Co.

2. Fraudes scientifiques récentes

Robert Andrews Millikan

(1868-1953)

Prix Nobel (1923)

20 doctorats *Honoris causa*

Gerald Holton
1978

Choisit 58 de ses 140 résultats.
Affirme avoir tout publié.

Subelectrons, Presuppositions,
and the Millikan-Ehrenhaft Dispute.
Historical Studies in the Physical Science 9: 166-224.

2. Fraudes scientifiques récentes

Elias A.K. Alsabti

(1954-1990)

William J. Broad

1980

Se prétend de sang royal jordanien.
Plagiat d'environ 60 articles.
Faux diplômes, fausses bourses, co-auteurs fictifs.

Would-Be Academician Pirates Papers.
Science 20: 1438-1440.

2. Fraudes scientifiques récentes

I. Saint-James Roberts

1976

Do you know or suspect some of your associates to be inclined to fraud deliberately their results?

Are Researchers Trustworthy?
New Scientist 71: 481-483.

2. Fraudes scientifiques récentes

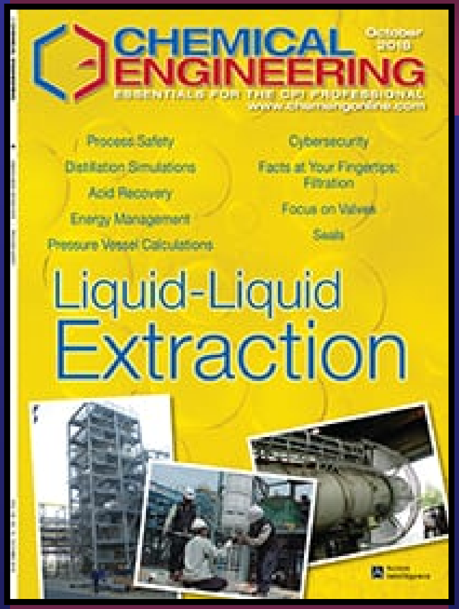
Oui = 92%

I. Saint-James Roberts

1976

Do you know or suspect some of your associates to be inclined to fraud deliberately their results?

Are Researchers Trustworthy?
New Scientist 71: 481-483.



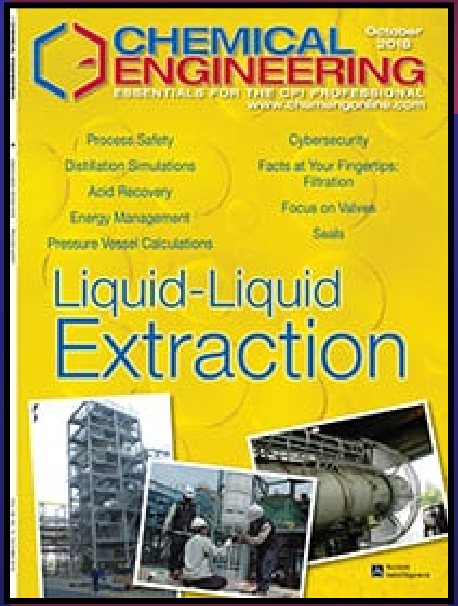
2. Fraudes scientifiques récentes

R.V. Hughson, P.M. Cohn
1980

Would you agree to write a scientific report opposed to your own observation if your boss ordered you to do so?

Ethics.
Chemical Engineering, september 22.

2. Fraudes scientifiques récentes



Non = 42%

R.V. Hughson, P.M. Cohn
1980

Would you agree to write a scientific report opposed to your own observation if your boss ordered you to do so?

Ethics.
Chemical Engineering, september 22.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Anne Peyroche

Jean-François Bach
2018

Chercheuse au CEA.
Présidente par intérim du CNRS.
Prix Irène-Joliot-Curie 2010.
Ordre national du Mérite.

2. Fraudes scientifiques actuelles

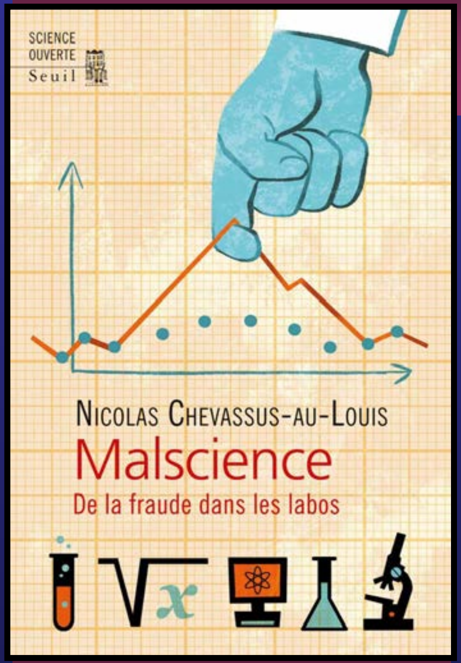
Anne Peyroche

Jean-François Bach
2018

Fraudes dans 5 articles (2001-2011).
22 inconduites (6 falsifications de niveau 4).

Rapport de l'Académie des Sciences.

2. Fraudes scientifiques actuelles



Nicolas Chevassus-au-Louis
2016

25% des images soumises à des revues de biologie cellulaire sont retouchées.

Chevassus-au-Louis N. (2016) Malscience.
De la fraude dans les labos. Paris, Éditions du Seuil.

2. Fraudes scientifiques actuelles

International Biographical Centre

2018

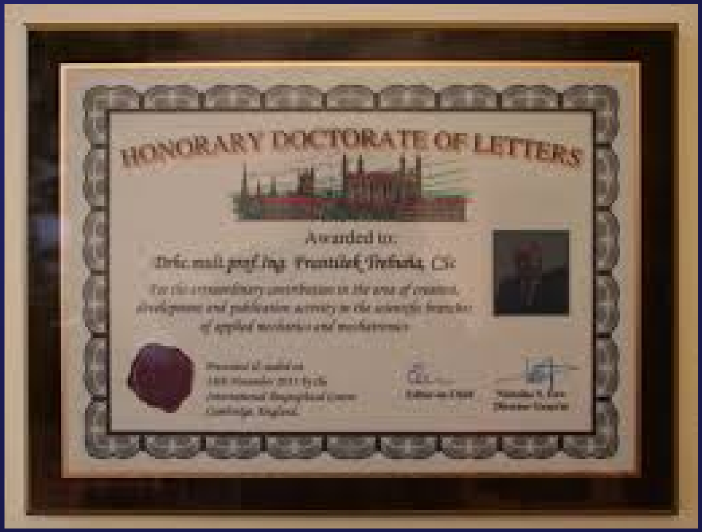
Honorary Doctorate of Letters.

2730 US$

6 versements mensuels égaux de 455 US$

2. Fraudes scientifiques actuelles

International Biographical Centre



2. Fraudes scientifiques actuelles

International Biographical Centre

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre des chercheurs

Pourquoi?

90% depuis que l’humain existe sont vivants en 1987 (1).
7 300 000 en 2010 (2).

(1) Broad W., Wade N., La souris truquée. Paris, Éditions du Seuil, 1987, p. 63.
(2) Rapport de l’Unesco sur la science 2010. Résumé exécutif, p. 12.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre des publications

Pourquoi?

Université Paris Diderot (194^{e} dans le monde):
1 publication / 75 minutes.

Reymonet N., Le coût de publication dans les revues open access à l'Université Paris Diderot.
Rapport de recherche, Université Paris Diderot, 2015.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre d'auteurs
par publication

Pourquoi?

1,76 en 1960 → 2,58 en 1980.

Broad W., Wade N. (1987) La souris truquée.
Paris, Éditions du Seuil, 1987, p. 66.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre d’auteurs
par publication

Pourquoi?

Un numéro de Nature de 2015 (1):
27, 12, 3, 5, 39, 7, 8, 4, 7, 7, 4, 35, 4, 26, 5.

Un numéro de Science de 2019 (2):
2, 35, 6, 14, 5, 8, 6, 26, 10, 7, 3, 3, 6, 9, 5.

(1) Nature 526, October 2015
(2) Science 6428, février 2019.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre d’auteurs
par publication

Pourquoi?

Un numéro de Nature de 2015 (1):
193 auteurs pour 74 pages: **0,38 page/auteur.**

Un numéro de Science de 2019 (2):
145 auteurs pour 51 pages: **0,35 page/auteur.**

(1) Nature 526, October 2015.
(2) Science 6428, février 2019.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Nombre d'auteurs par publication

Pourquoi?

Physical Review Letters.
26 pages sur 33 = 5154 auteurs.

G. Aad et al, Combined Measurement of the Higgs Boson Mass…
Physical Review Letters, 2015, Doi: 10.1103/PhysRevLett.114, 191803.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Financement

Pourquoi?

Pourcentage du PIB > 3% (2016).
Moyenne mondiale = 2,31.

Autriche = 3,09.
Japon = 3,15.
Suède = 3,25.
Corée du Sud = 4,24.
Israël = 4,25.

2. Fraudes scientifiques actuelles

Financement

Pourquoi?

Pourcentage du PIB > 3% (2016).
Moyenne mondiale = 2,31.

Autriche = 1467$ / habitant.
Japon = 1210$ / habitant.
Suède = 1716$ / habitant.
Corée du Sud = 1261$ / habitant.
Israël = 1711$ / habitant.

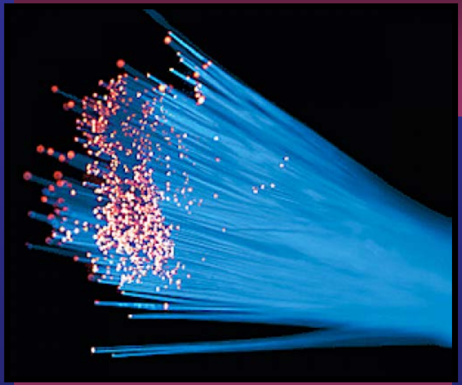
2. Fraudes scientifiques actuelles

Un chercheur est aussi le reflet de la société dans laquelle il a été formé

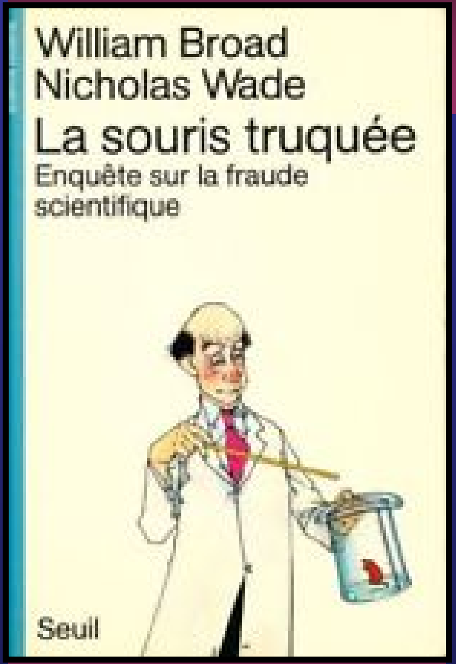
Pourquoi?

Brian Keating
Professeur d'astrophysique,
Université de Californie à San Diego.

Québec Science, octobre-novembre 2018: 14-16.



3. Voies de diffusion



Multiplication des revues scientifiques

1987

Plus de 8000 revues médicales dans le monde.

Broad W., Wade N. (1987) La souris truquée.
Paris, Éditions du Seuil, p. 60.

3. Voies de diffusion

Multiplication des revues scientifiques

2012

84 863 revues scientifiques.

Reymonet N., Le coût de publication dans les revues open access
à l'Université Paris Diderot.
Rapport de recherche, Université Paris Diderot, 2015.

DOAJ
DIRECTORY OF OPEN ACCESS JOURNALS

Multiplication des revues scientifiques

2018

Plus de 10 000 revues scientifiques en Open Access.
130 pays.

3. Voies de diffusion

Jeffrey Beall

Multiplication des revues scientifiques

31 décembre 2016

1162 maisons d’éditions de revues en ligne potentielles, possibles, ou probables prédatrices.

3. Voies de diffusion

Journal of Comparative Neurology

24 numéros par an.

Abonnement institutionnel Print + Online = 44 832 US$.

Frais de publication Open Access = 4300 US$

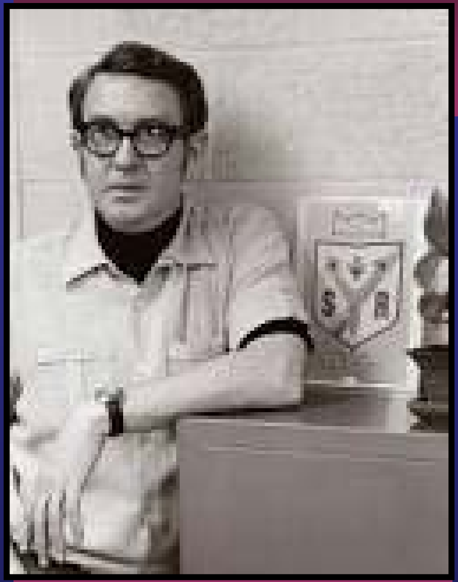
3. Voies de diffusion

Université Paris Diderot

2015

Coût moyen Open Access par article: 2303 Euros.
Si tout en Open Access: 4 642 586 Euros.

3. Voies de diffusion



James V. McConnell

(1925-1990)

Worm Runner's Digest

1959

Recherches sur le transfert chimique de la mémoire chez les planaires.

Harry Collins, Trevor Pinch (1994) Tout ce que vous devriez savoir sur la science. Paris, Seuil, pp. 19-45.

3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

(1854-1912)

Conjecture de Poincaré

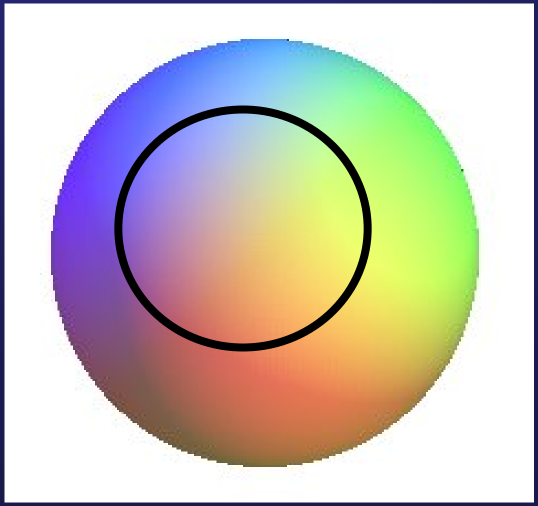
1904

Soit une variété compacte V simplement connexe, à 3 dimensions, sans bord. Alors V est homéomorphe à une hypersphère de dimension 3.

3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

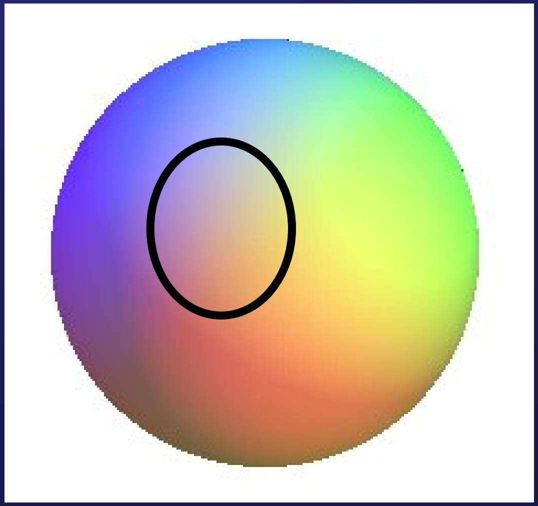
(1854-1912)



3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

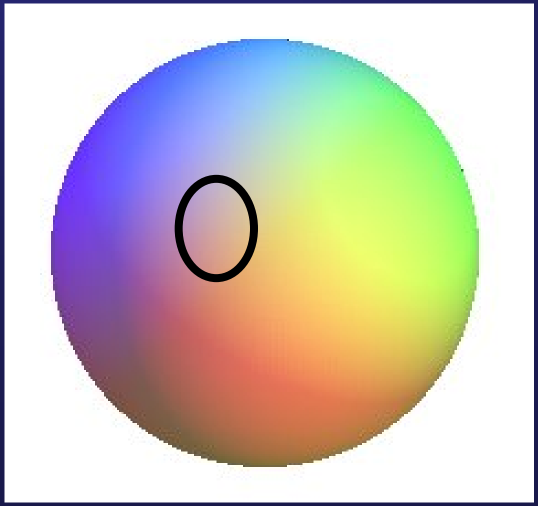
(1854-1912)



3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

(1854-1912)

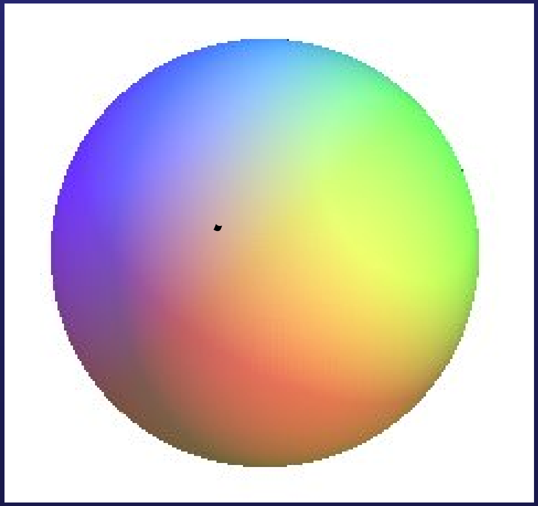


3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

(1854-1912)

La sphère est
simplement connexe



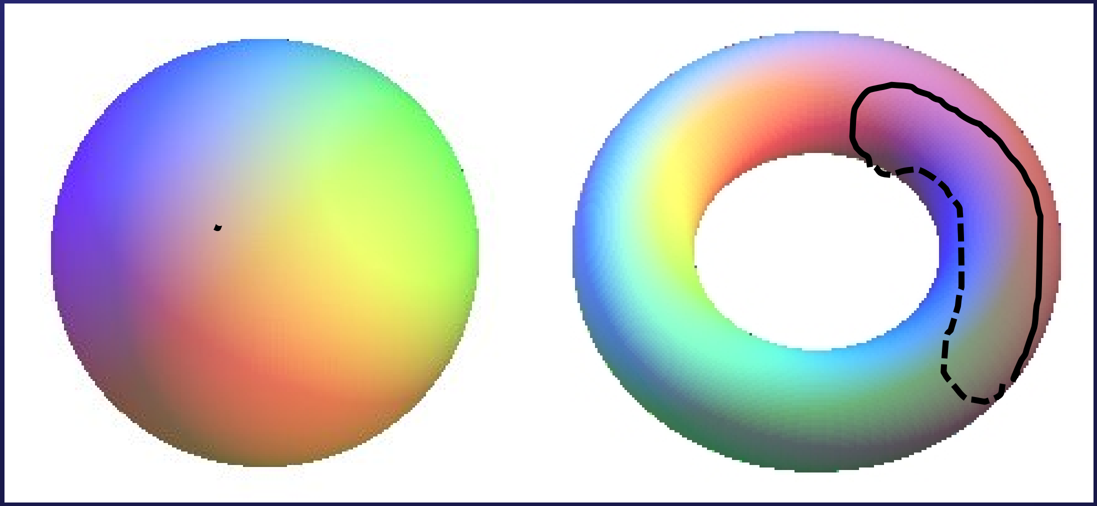
3. Voies de diffusion

Henri Poincaré

(1854-1912)

La sphère est simplement connexe

Le tore n'est pas simplement connexe



Grigori Perelman

(1966-)

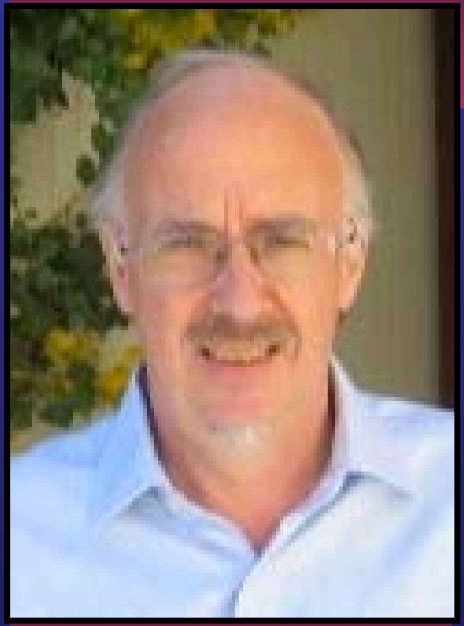
Conjecture de Poincaré

2002

The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications.

arXiv.

3. Voies de diffusion



David Masser

(1948-)

Conjecture ABC

1985

Masser D., Open problems.

In W.W.L. Chen, Proceedings of the Symposium on Analytic Number Theory. London, Imperial College.

Joseph Oesterlé

(1954-)

Conjecture ABC

1988

Oesterlé J., Nouvelles approches du théorème de Fermat.

Astérisque, Séminaire Bourbaki exp 694 (161): 165-186.

3. Voies de diffusion

Conjecture ABC

1985/1988

Soit $\varepsilon > 0$, alors il existe une constante $K\varepsilon$ telle que, pour tout triplet (a, b, c) d'entiers relatifs non nuls premiers entre eux vérifiant $a + b = c$, on ait: $\max(|a|, |b|, |c|) \leq K\varepsilon\,(\mathrm{rad}(abc))$^1 + ε.

3. Voies de diffusion

Conjecture ABC

1985/1988

A = 200 = 2 x 2 x 2 x 5 x 5.

B = 481 = 3 x 3 x 7 x 7.

A + B = C = 681 = 3 x 227.

3. Voies de diffusion

Mochizuki Shinichi

(1969-)

Conjecture ABC

2012

Inter-universal Teichmüller theory I:
Construction of Hodge theatres.

3. Voies de diffusion

Mochizuki Shinichi

(1969-)

Conjecture ABC

2012

Frey G. (2012) Une énigme de la théorie des nombres résolue?
Pour la Science 421: 24-31.

Castelvecchi D. (2015) The impenetrable proof.
Nature 526: 178-181.

3. Voies de diffusion

Hypothèse de Riemann

1859

Bernhard Riemann

(1826-1866)

Hypothèse de Riemann

1859

Riemann B. (1859) Über die Anzahl der Primzahlen unter einer gegebenen Grösse. Monatsberichte der Könoglich Preussischen Akademie der Wissenschaft zu Berlin.

Bernhard Riemann

(1826-1866)

Hypothèse de Riemann

1859

Les zéros non triviaux de la fonction zêta de Riemann ont tous pour partie réelle ½.

3. Voies de diffusion

Michael Atiyah

(1929-2019)

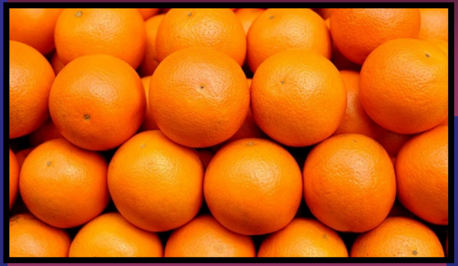
Hypothèse de Riemann

1859

The Riemann Hypothesis.

Heidelberg Laureate Forum, 24/09/2018.

4. Incrémentation



De quoi s'agit-il?

Paradoxe des corbeaux

Histoire de rats

Nombres de Lychrel

4. Incrémentation

William Poundstone

(1955-)

William Poundstone

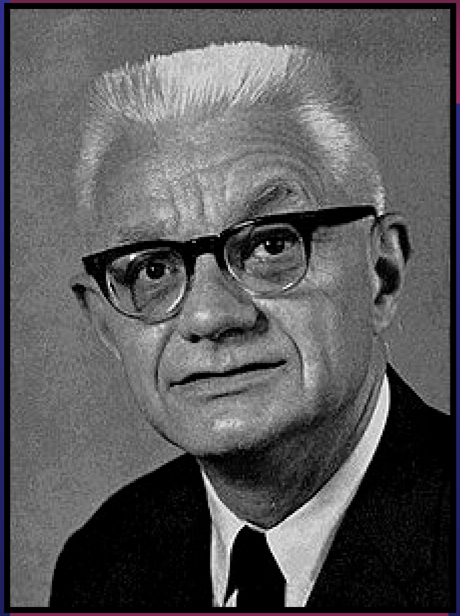
1990

Confirmation absolue ≠ confirmation incrémentale.
Vérité prouvée ≠ vérité observée

Incrémentation: accroitre la probabilité.

Les labyrinthes de la raison. Paradoxes, énigmes et fragilité de la connaissance. Paris, Belfond, p. 45.

4. Incrémentation



Gustav Hempel

(1905-1997)

Carl Gustav Hempel

1945

Studies in the Logic of Confirmation. I. II.

Mind 54 (213): 1-26, (214): 97-121.

4. Incrémentation

4. Incrémentation

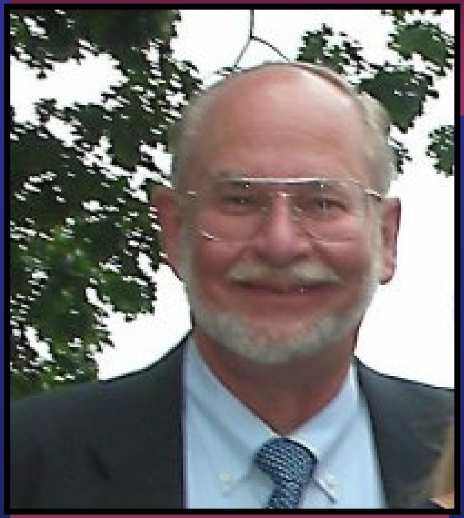
Le Monde.fr

8 mai 2013

5 millions de rats à Paris.

Étude sur 20 rats: vérité prouvée?

Vérité observée dans 0,000004%.



Wade
VanLandingham

4. Incrémentation

Nombres de Lychrel
2002

Fonction IA (Inverser-Additionner)
ne mène jamais à un palindrome.

4. Incrémentation

Wade VanLandingham

195

195+ 591= 786 qui n’est pas un palindrome.

786+ 687= 1473 qui n’est pas un palindrome.

1473+ 3741= 5214 qui n’est un palindrome.

5214 + 4125 = 9339 qui est un palindrome:
195 n’est donc pas un nombre de Lychrel.

4. Incrémentation

1789	401	48	53	723	3584
690	651	133	3494	1956	1544
1856	2311	824	900	1408	1314

Échantillonnage: 18

Pourcentage de nombres de Lychrel?

4. Incrémentation

1789	401	48	53	723	3584
690	651	133	3494	1956	1544
1856	2311	824	900	1408	1314

Échantillonnage: 18

Pourcentage de nombres de Lychrel = 0%

Conclusion: les nombres de Lychrel n’existent pas

4. Incrémentation

Échantillonnage: 18

Pourcentage de nombres de Lychrel?

1856	2311	824	900	1408	1314
1500	607	509	2168	2336	348
691	196	790	887	1587	2494

4. Incrémentation

Échantillonnage: 18

Pourcentage de nombres de Lychrel = 33%

Les nombres de Lychrel existent

1856	2311	824	900	1408	1314
1500	607	509	2168	2336	348
691	196	790	887	1587	2494

4. Incrémentation

700 000 000 IA
Pas de palindrome

Échantillonnage: 18

Pourcentage de nombres de Lychrel = 33%

Les nombres de Lychrel existent

1856	2[illegible]1	824	900	1408	1314
1500	6[illegible]7	509	2168	2336	348
691	196	790	887	1587	2494

5. Nombres incroyables

Nombre de Graham

Nombres oméga

5. Nombres incroyables

Jean-Paul Delahaye

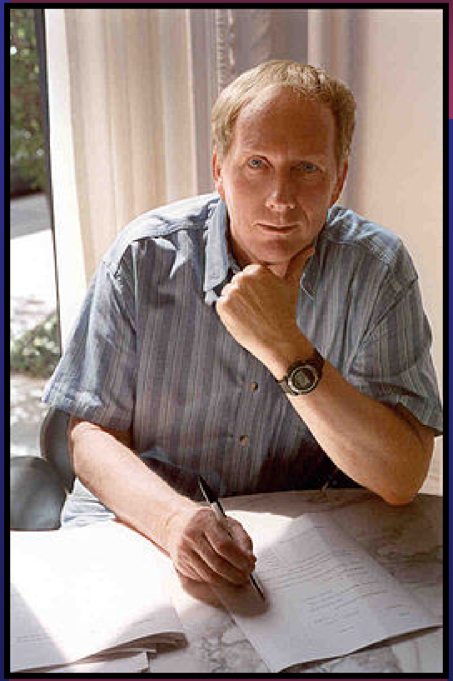
(1952-)

Jean-Paul Delahaye
2000

1000 chiffres: actuellement inutile.
1 million de chiffres: inutile à tout jamais.
1 milliard de chiffres: absurdité physique.

Delahaye J.P. (2000) Merveilleux nombres premiers. Voyage au cœur de l'arithmétique. Paris, Belin, p. 23.

5. Nombres incroyables



Ronald Graham

(1935-)

Nombre de Graham

1971

Ramsey's Theorem for n-Parameter Sets.

Transactions of the American Mathematical Society

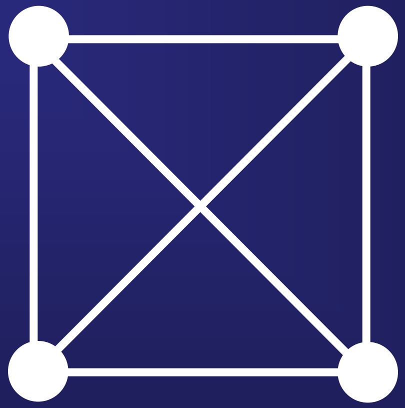
159: 257-292.

5. Nombres incroyables

5. Nombres incroyables

Dimension 2

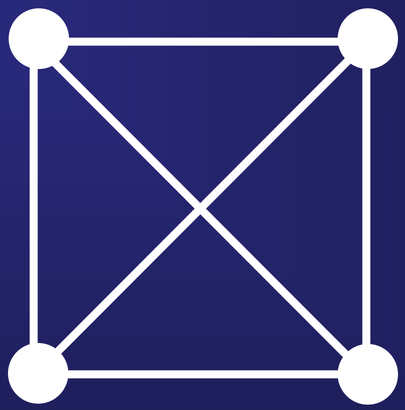
CARRÉ



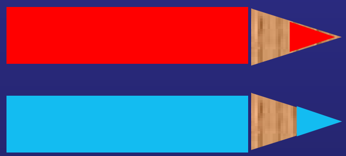
5. Nombres incroyables

Dimension 2

CARRÉ

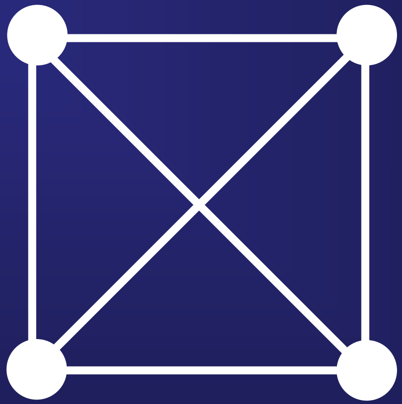


5. Nombres incroyables



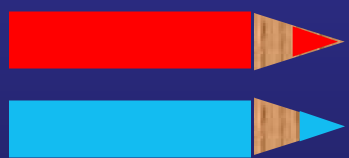
Dimension 2

CARRÉ

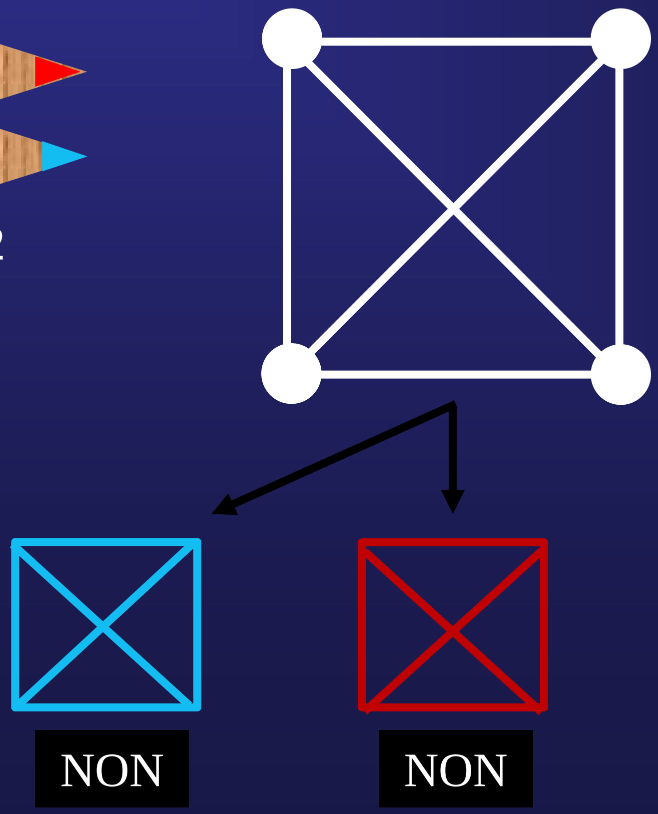


Est-il possible d’éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

5. Nombres incroyables

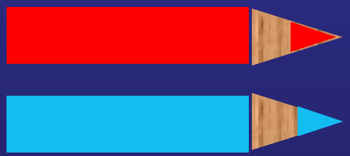


Dimension 2
CARRÉ



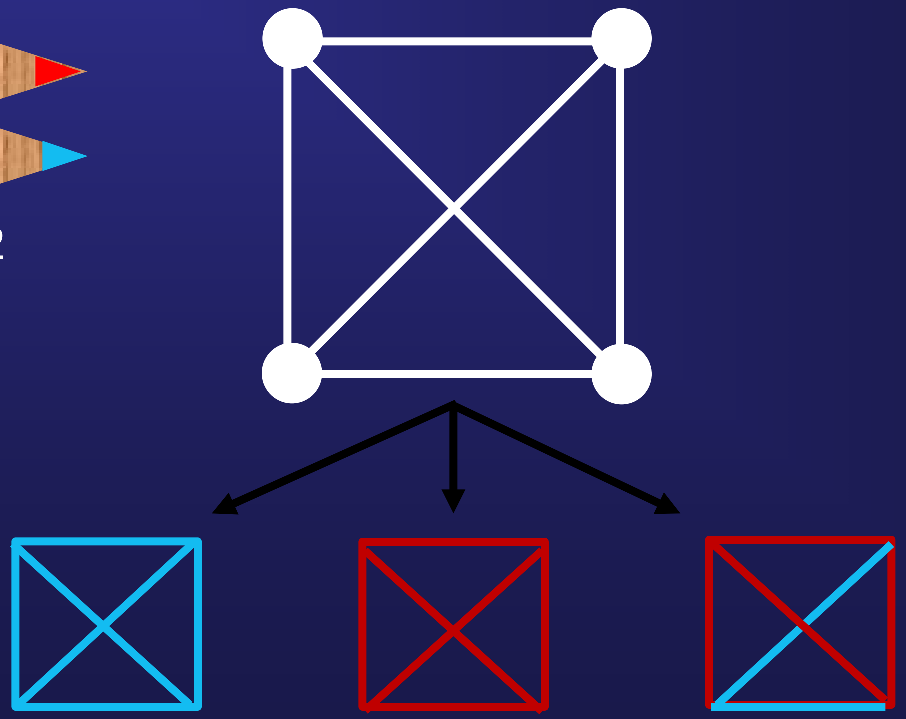
Est-il possible d'éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

5. Nombres incroyables



Dimension 2

CARRÉ



NON

NON

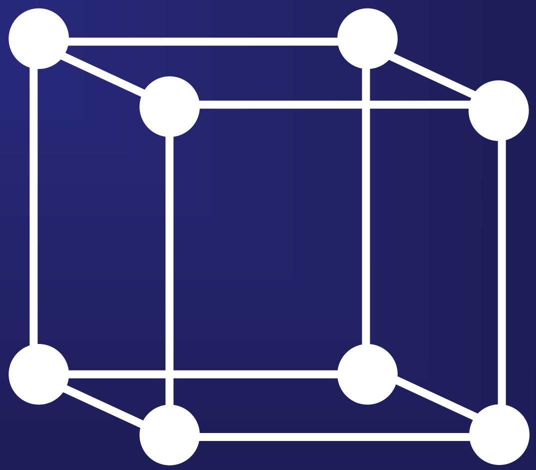
Est-il possible d'éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

OUI

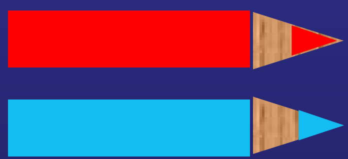
5. Nombres incroyables

Dimension 3

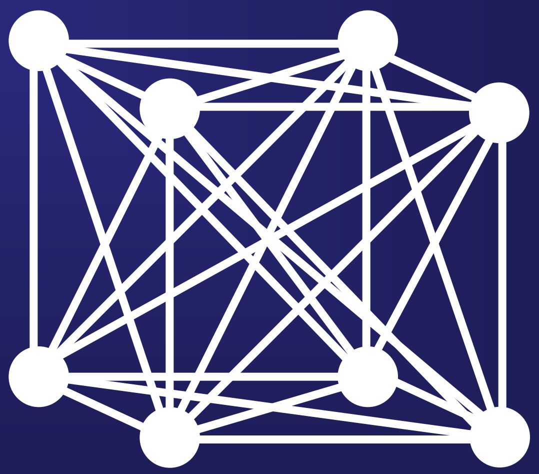
CUBE



5. Nombres incroyables



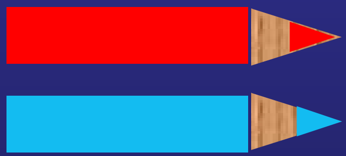
Dimension 3
CARRÉ



Est-il possible d'éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

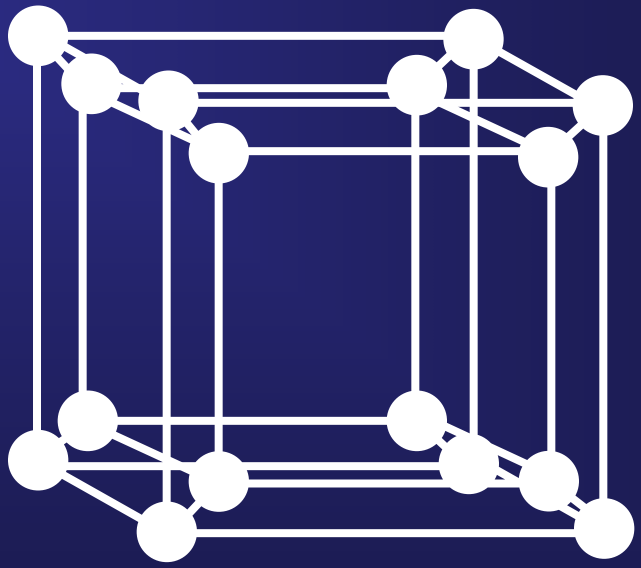
OUI

5. Nombres incroyables



Dimension 4

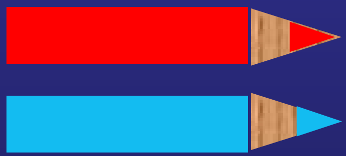
TESSERACT



Est-il possible d'éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

OUI

5. Nombres incroyables



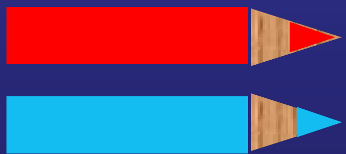
Dimension 5

HYPERCUBE-5

Est-il possible d'éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

OUI

5. Nombres incroyables

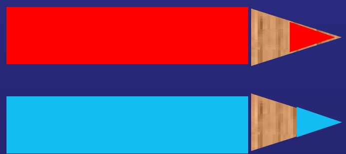


Dimension *N*

HYPERCUBE-*n*

À partir de quelle dimension *N* d’hypercube n’est-il plus possible d’éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

5. Nombres incroyables



Dimension *N*

HYPERCUBE-*n*

À partir de quelle dimension *N* d’hypercube n’est-il plus possible d’éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

$$6 < n < \text{nombre de Graham}$$

5. Nombres incroyables

Donald Knuth

(1938-)

Notation des puissances itérées

1976

Mathematics and Computer Science:
Coping with Finitness.
Science 194: 1235-1242.

5. Nombres incroyables

$$a \uparrow b = \underbrace{a \times a \times a \ldots \times a}_{\text{b fois}} = a\text{^}b$$

$3 \uparrow 3 = 3 \times 3 \times 3 = 3\text{^}3 =$ **27**

5. Nombres incroyables

$3\uparrow 3 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3 =$ **27**

$3\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow(3\uparrow 3) = 3^{(3^3)} = 3^{27} =$ **7 625 597 484 987**

5. Nombres incroyables

3↑3 = 3 x 3 x 3 = 3^3 = **27**

3↑↑3 = 3↑(3↑3) = 3^(3^3) = 3^27 = **7 625 597 484 987**

3↑↑↑3 = 3↑↑ (3↑↑3) = 3↑↑(3↑(3↑)) = 3↑↑7 625 597 484 987

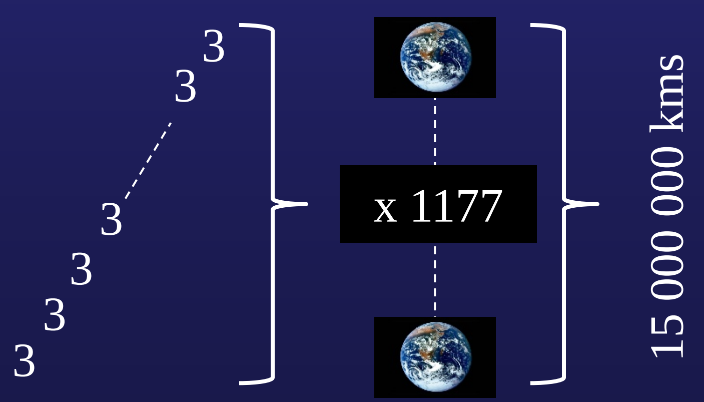
$$\left.3^{3^{3^{3^{\cdot^{\cdot^{\cdot^{3^{3}}}}}}}}\right\}\ 7\,625\,597\,484\,987$$

5. Nombres incroyables

3↑3 = 3 x 3 x 3 = 3^3 = **27**

3↑↑3 = 3↑(3↑3) = 3^(3^3) = 3^27 = **7 625 597 484 987**

3↑↑↑3 = 3↑↑ (3↑↑3) = 3↑↑(3↑(3↑)) = 3↑↑7 625 597 484 987



5. Nombres incroyables

$3\uparrow 3 = 3 \text{ x } 3 \text{ x } 3 = 3\text{^}3 =$ **27**

$3\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow(3\uparrow 3) = 3\text{^}(3\text{^}3) = 3\text{^}27 =$ **7 625 597 484 987**

$3\uparrow\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow\uparrow (3\uparrow\uparrow 3) = 3\uparrow\uparrow(3\uparrow(3\uparrow)) = 3\uparrow\uparrow 7\,625\,597\,484\,987$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_1}$

$$3\underbrace{\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow \ldots .\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow}_{G_1 \text{ flèches}}3 = \boldsymbol{G_2}$$

5. Nombres incroyables

$3\uparrow 3 = 3 \times 3 \times 3 = 3\text{^}3 =$ **27**

$3\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow(3\uparrow 3) = 3\text{^}(3\text{^}3) = 3\text{^}27 =$ **7 625 597 484 987**

$3\uparrow\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow\uparrow\ (3\uparrow\uparrow 3) = 3\uparrow\uparrow(3\uparrow(3\uparrow)) = 3\uparrow\uparrow 7\ 625\ 597\ 484\ 987$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_1}$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\ldots.\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_2}$

$$3\underbrace{\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\ldots.\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow}_{G_2 \text{ flèches}}3 = \boldsymbol{G_3}$$

5. Nombres incroyables

$3\uparrow 3 = 3 \times 3 \times 3 = 3\text{^}3 =$ **27**

$3\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow(3\uparrow 3) = 3\text{^}(3\text{^}3) = 3\text{^}27 =$ **7 625 597 484 987**

$3\uparrow\uparrow\uparrow 3 = 3\uparrow\uparrow\ (3\uparrow\uparrow 3) = 3\uparrow\uparrow(3\uparrow(3\uparrow)) = 3\uparrow\uparrow 7\ 625\ 597\ 484\ 987$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_1}$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\ldots.\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_2}$

$3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\ldots.\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3 = \boldsymbol{G_3}$

Et ainsi de suite…

5. Nombres incroyables

$$\underbrace{3\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\ldots.\ \uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 3}_{G_{63}\text{ flèches}} = G_{64} = \textbf{nombre de Graham}$$

À partir de quelle dimension d’hypercube n’est-il plus possible d’éviter que 4 points coplanaires soient tous reliés par 6 liens de même couleur?

Entre 6 et G_{64}

Mise à jour récente

Entre 13 et $2\uparrow\uparrow\uparrow\uparrow 6$

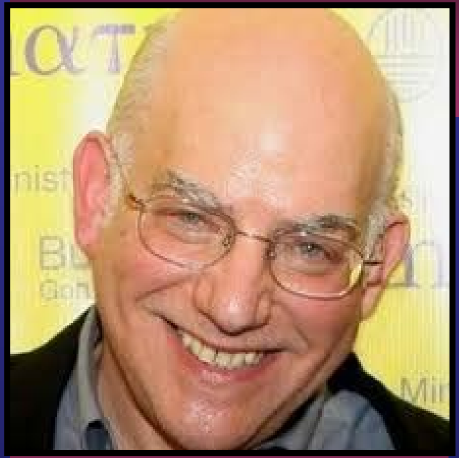
Ω

5. Nombres incroyables

Nombre oméga

Probabilité qu'une machine universelle à programmes autodélimités s'arrête.

5. Nombres incroyables



Gregory Chaitin

(1947-)

Nombre oméga de Chaitin

1975

A Theory of Program Size Formally Identical to Information Theory.
Journal of the Association for Computing Machinery
22 (3): 329-340.

5. Nombres incroyables

Robert Solovay

(1938-)

Nombre oméga de Solovay

2000

A Version of Ω for Which ZFC Can Not Predict a Single Bit.

In C.S. Calude, G. Paun, Finite Versus Infinite. Contribution to an Eternal Dilemma. Heidelberg, Springer-Verlag, pp. 323-334.

5. Nombres incroyables

Robert Solovay

(1938-)

Caractéristiques démontrées

Irrationnel.
Transcendant.
Décimales équiréparties dans toutes bases.
Nombre-univers en toutes bases.
Aléatoire.

Jean-Paul Delahaye (2002) Les nombres oméga.
Pour la Science 295: 98-103.

5. Nombres incroyables

Robert Solovay

(1938-)

Caractéristiques démontrées

Irrationnel.
Transcendant.
Décimales équiréparties dans toutes bases.
Nombre-univers en toutes bases.
Aléatoire.
Aucun de ses chiffres ne peut être connu.

Jean-Paul Delahaye (2002) Les nombres oméga.
Pour la Science 295: 98-103.

6. Incomplétude et indécidabilité

Kurt Gödel

(1906-1978)

Théorème d'incomplétude de Gödel

1931

Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. I.

Monatshefte für Mathematik und Physik 38: 173-198.

6. Incomplétude et indécidabilité

Kurt Gödel

(1906-1978)

Théorème d'incomplétude de Gödel

1931

À chaque classe récursive ω-consistante K de formules correspondent des signes de classe r récursifs tels que ni v Gen r ni Neg (v Gen r) n'appartient à Flg (K) (v étant la variable libre de r).

6. Incomplétude et indécidabilité

Kurt Gödel

(1906-1978)

Théorème d’incomplétude de Gödel

1931

Un langage contient toujours des propositions indécidables, c’est-à-dire ni démontrables ni réfutables dans ce langage.

6. Incomplétude et indécidabilité

Les trous noirs s'évaporent: est-ce une bonne ou une mauvaise nouvelle?

6. Incomplétude et indécidabilité

Les trous noirs s’évaporent: est-ce une bonne ou une mauvaise nouvelle?

L’hypothèse de Riemann est-elle vraie ou fausse?

6. Incomplétude et indécidabilité

Les trous noirs s'évaporent: est-ce une bonne ou une mauvaise nouvelle?

L'hypothèse de Riemann est-elle vraie ou fausse?

L'hypothèse du continu est-elle vraie ou fausse?

6. Incomplétude et indécidabilité

Georg Cantor

(1845-1918)

Hypothèse du continu

1878

Ein Beitrag zur Mannigfaltigkeitslehre.

Journal für die Reine und Angewandte Mathematik 84 : 242-258.

6. Incomplétude et indécidabilité

1
2
3
4
5
6
7
etc

Nombres
entiers

6. Incomplétude et indécidabilité

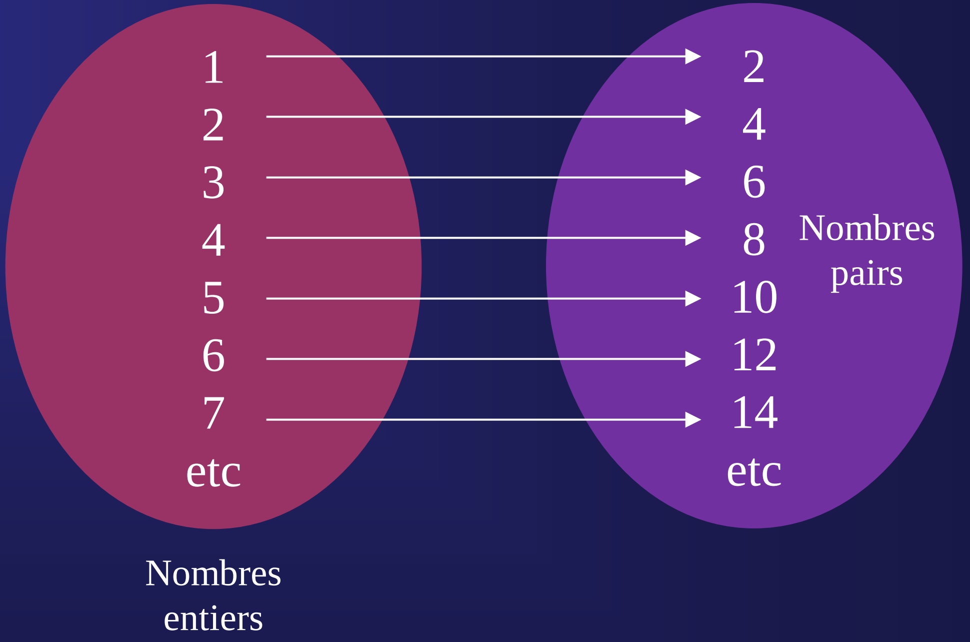
1
2
3
4
5
6
7
etc

Nombres
entiers

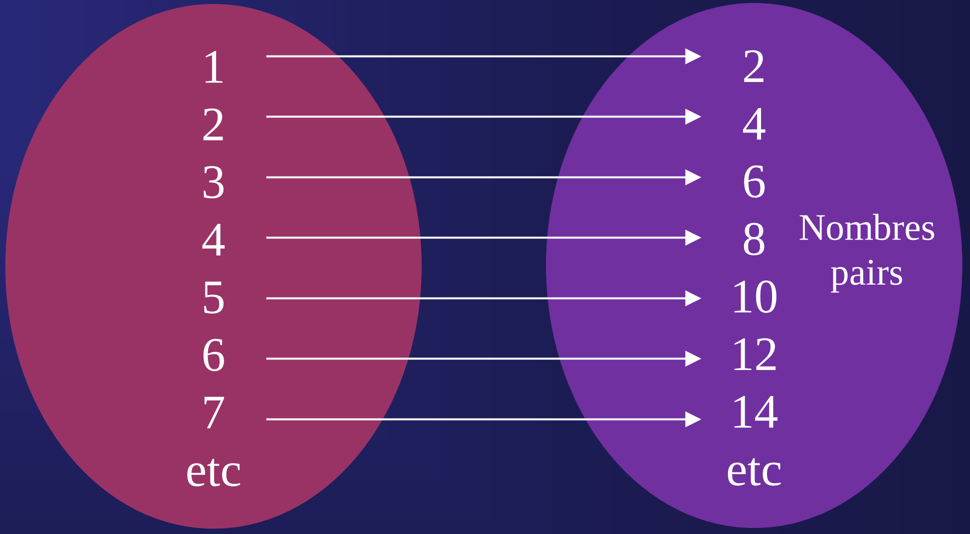
2
4
6
8
10
12
14
etc

Nombres
pairs

6. Incomplétude et indécidabilité



6. Incomplétude et indécidabilité



Nombres entiers

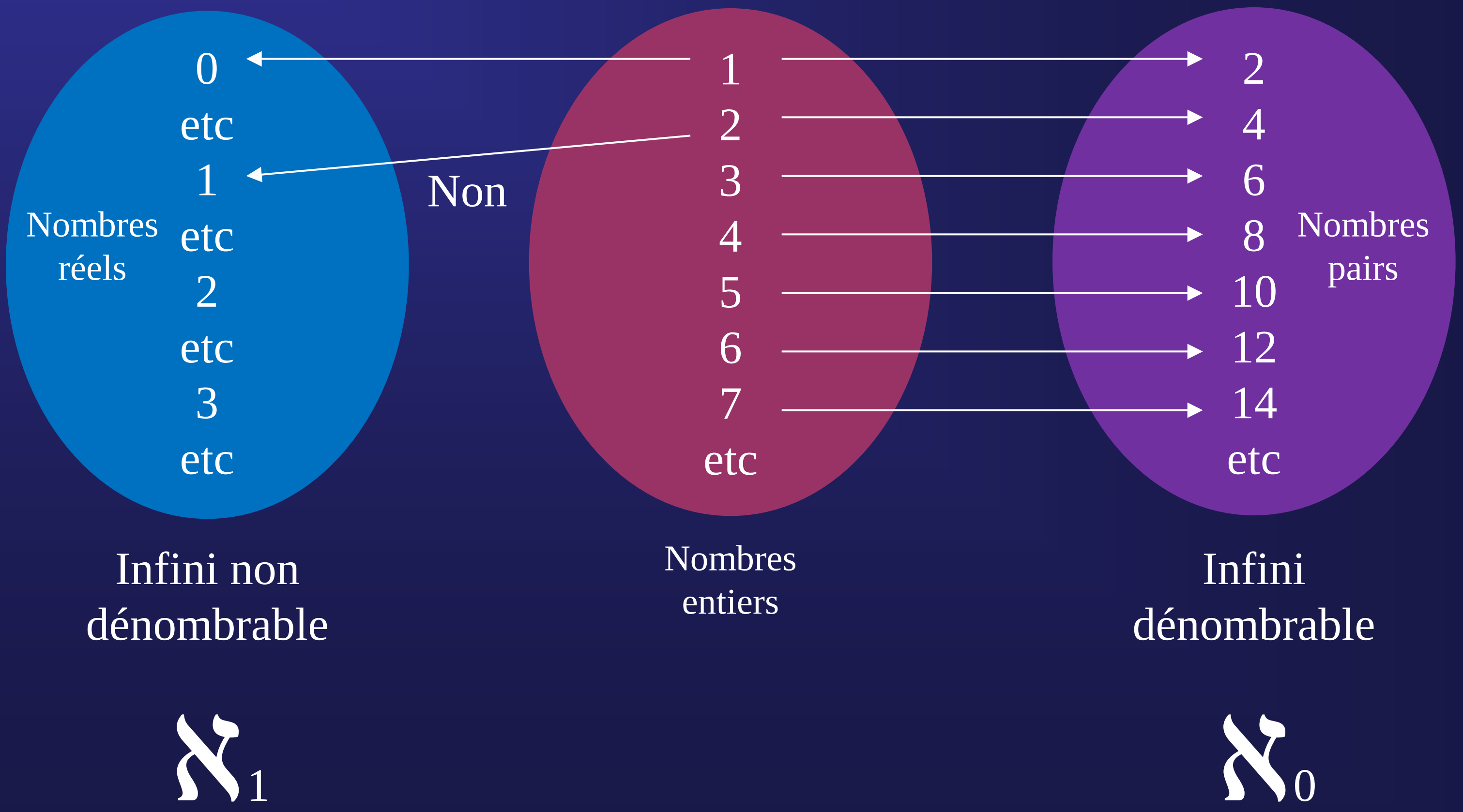
Infini dénombrable

$\aleph_0$

6. Incomplétude et indécidabilité

6. Incomplétude et indécidabilité

6. Incomplétude et indécidabilité



6. Incomplétude et indécidabilité

Hypothèse du continu

Existe-t-il un infini de cardinalité n telle que

$$\aleph_0 < \aleph_n < \aleph_1$$

6. Incomplétude et indécidabilité

Kurt Gödel

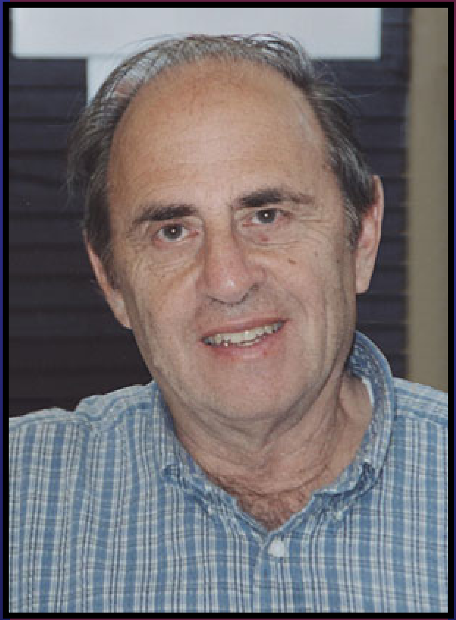
(1906-1978)

1940

The Consistency of the Continuum-Hypothesis.
Princeton, Princeton University Press.

Il n'est pas possible de prouver
que l'hypothèse du continu est fausse

6. Incomplétude et indécidabilité



Paul Joseph Cohen

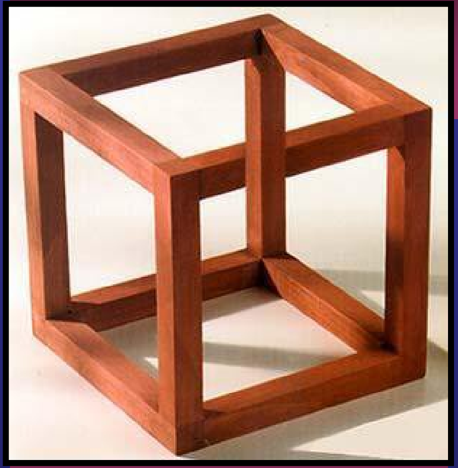
(1934-2007)

1963

The Independence of the Continuum-Hypothesis.
Proceedings of the National Academy of Sciences
of the USA 50 (6): 1143-1148.

Il n'est pas possible de prouver
que l'hypothèse du continu est vraie

7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Éversion de la sphère

Théorème du point fixe

Droite de Sylvester

Paradoxe de Banach-Tarski

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Nicolas Gisin

(1952-)

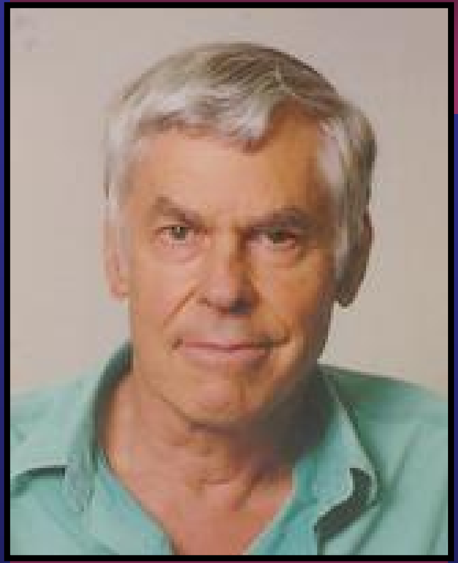
Directeur du Département de physique appliquée de l'Université de Genève

Nicolas Gisin
2012

Comment peut-on se convaincre que quelque chose de totalement contre-intuitif est vrai?

L'impensable hasard. Non-localité, téléportation et autres merveilles quantiques. Paris, Odile Jacob, p. 16.

7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stephen Smale

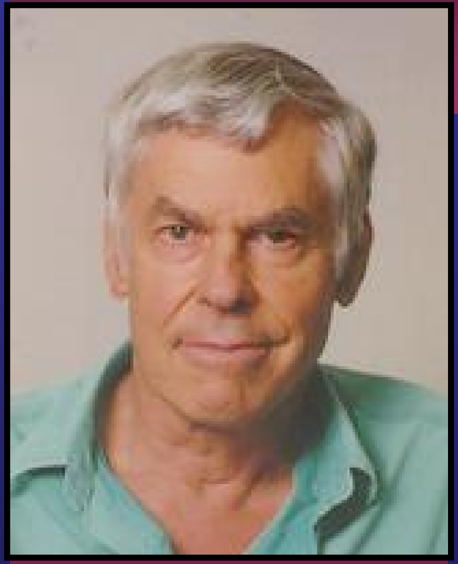
(1930-)

Éversion de la sphère

1958

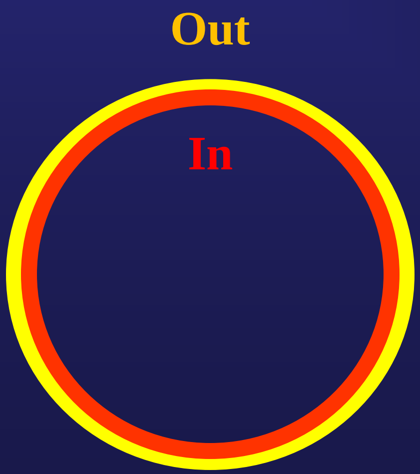
A classification of immersions of the two-sphere.
Transactions of the American Mathematical Society 90: 281-290.

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

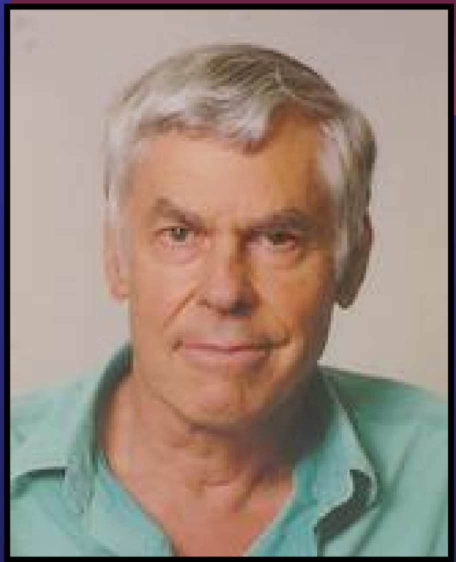


Stephen Smale

(1930-)

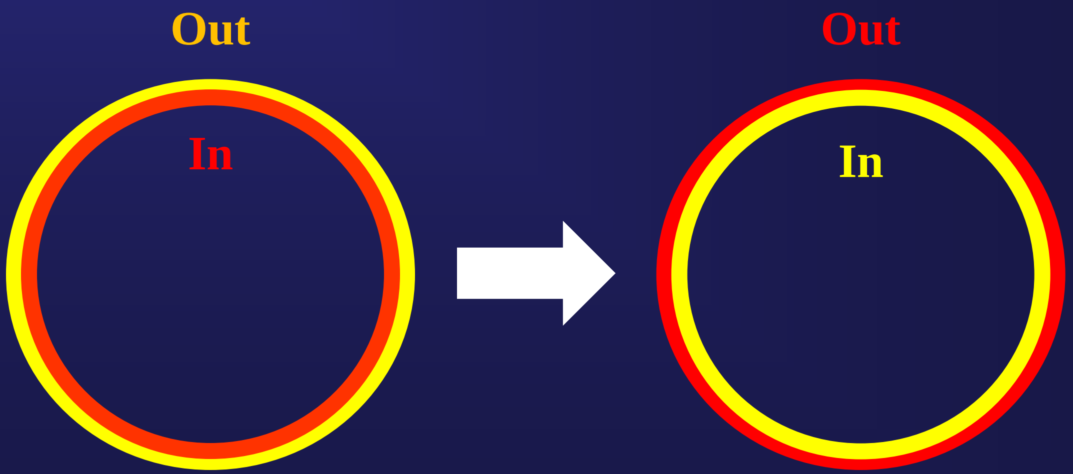


7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stephen Smale

(1930-)



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

(1881-1966)

Théorène du point fixe
1909

On continuous one-to-one transformations of surfaces into themselves.
Proc. Kon. Nederl. Akad. Wetensch. Ser. A 11: 788-798.

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

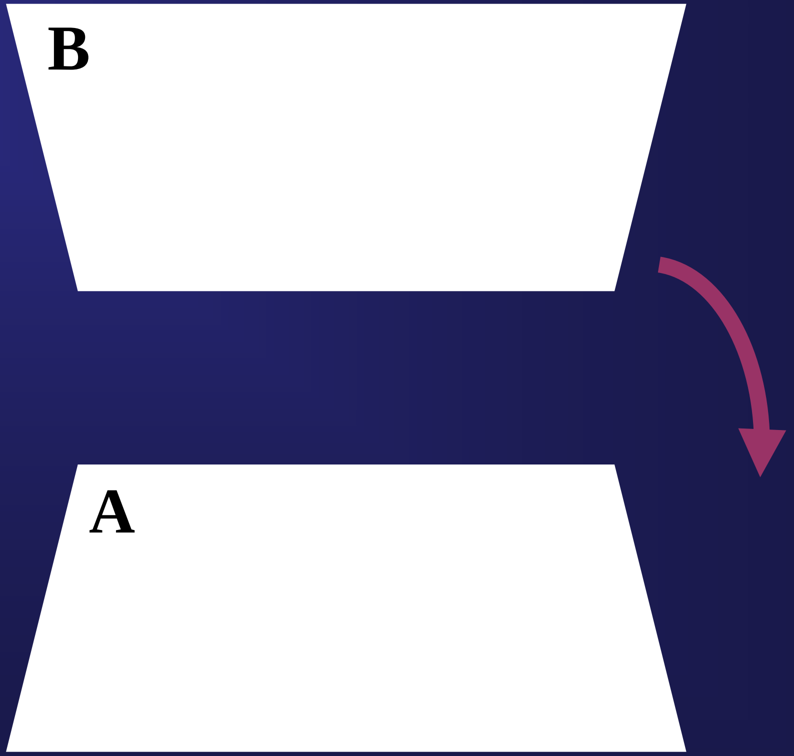
Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

(1881-1966)

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

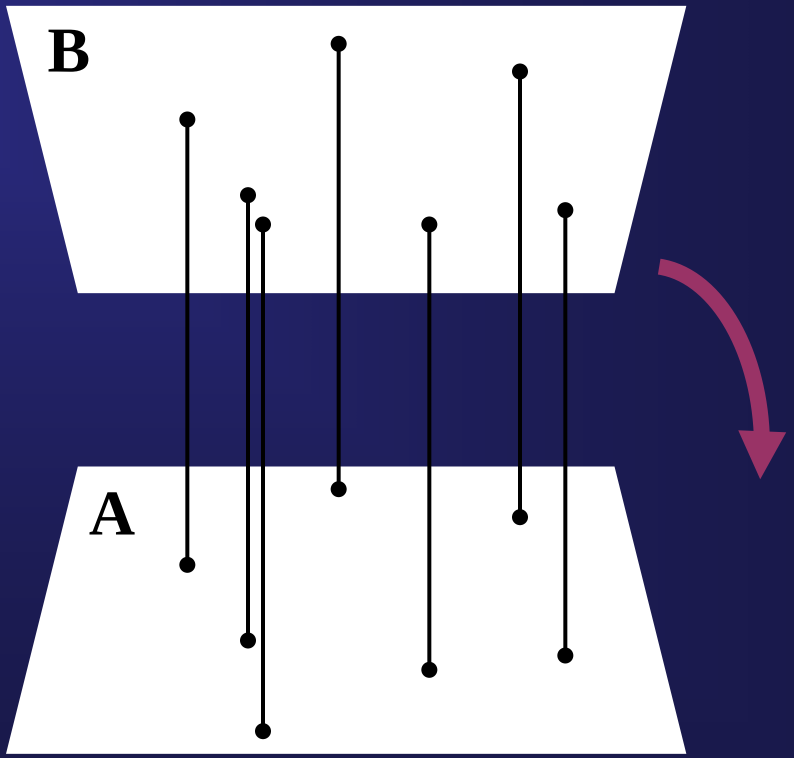
(1881-1966)



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

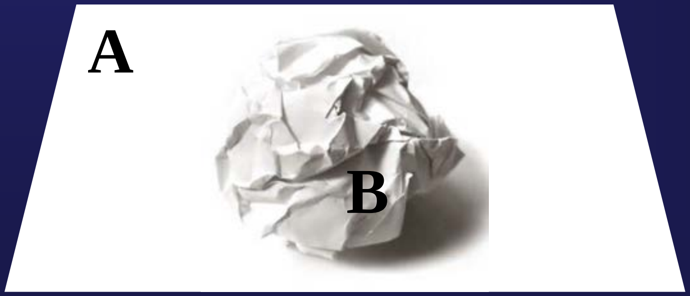
(1881-1966)



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

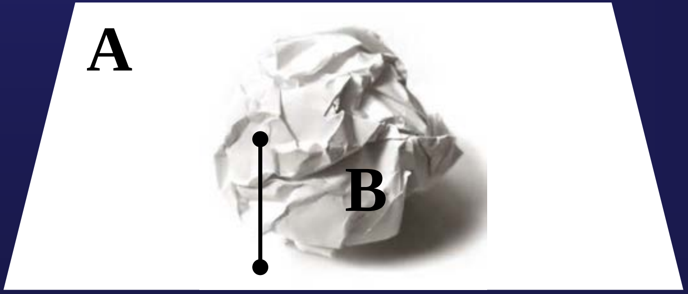
(1881-1966)



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

Luitzen Egbertus
Jan Brouwer

(1881-1966)



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

James Joseph Sylvester

(1814-1897)

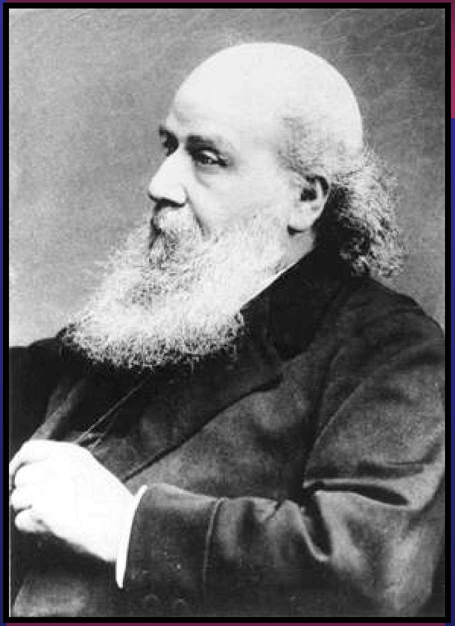
Droite de Sylvester

1893

Mathematical question 11851.

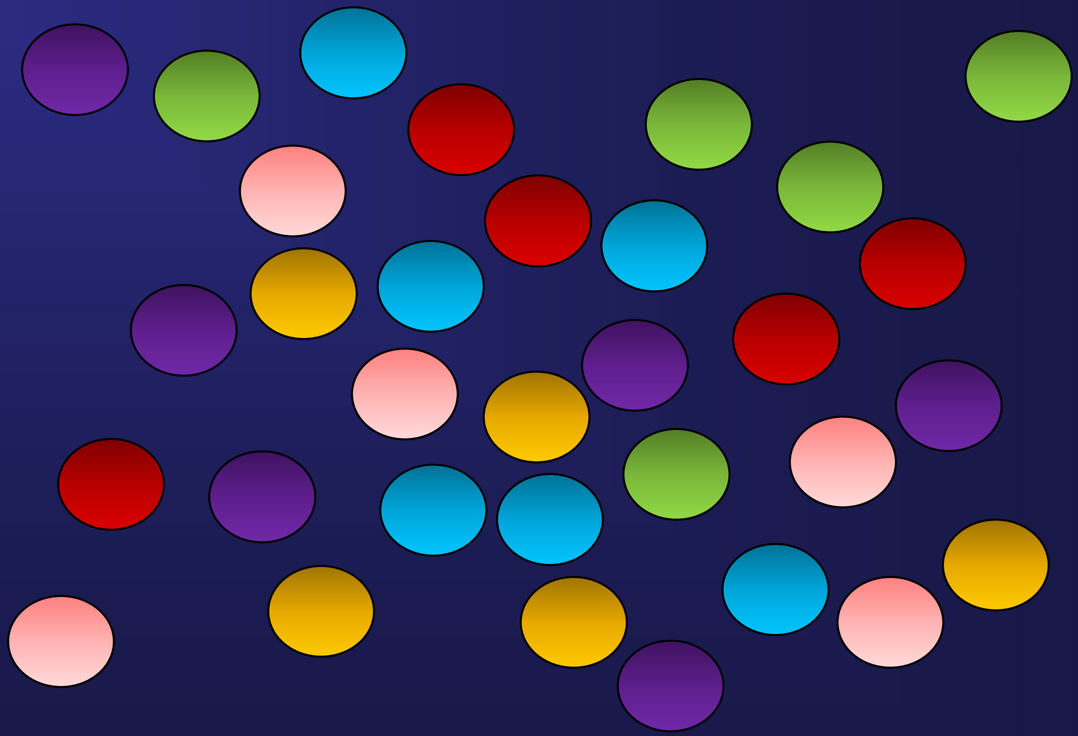
Educational Times 59: 98.

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

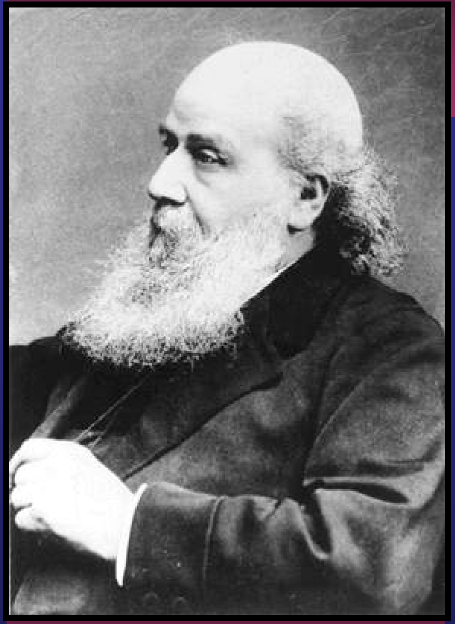


James Joseph
Sylvester

(1814-1897)

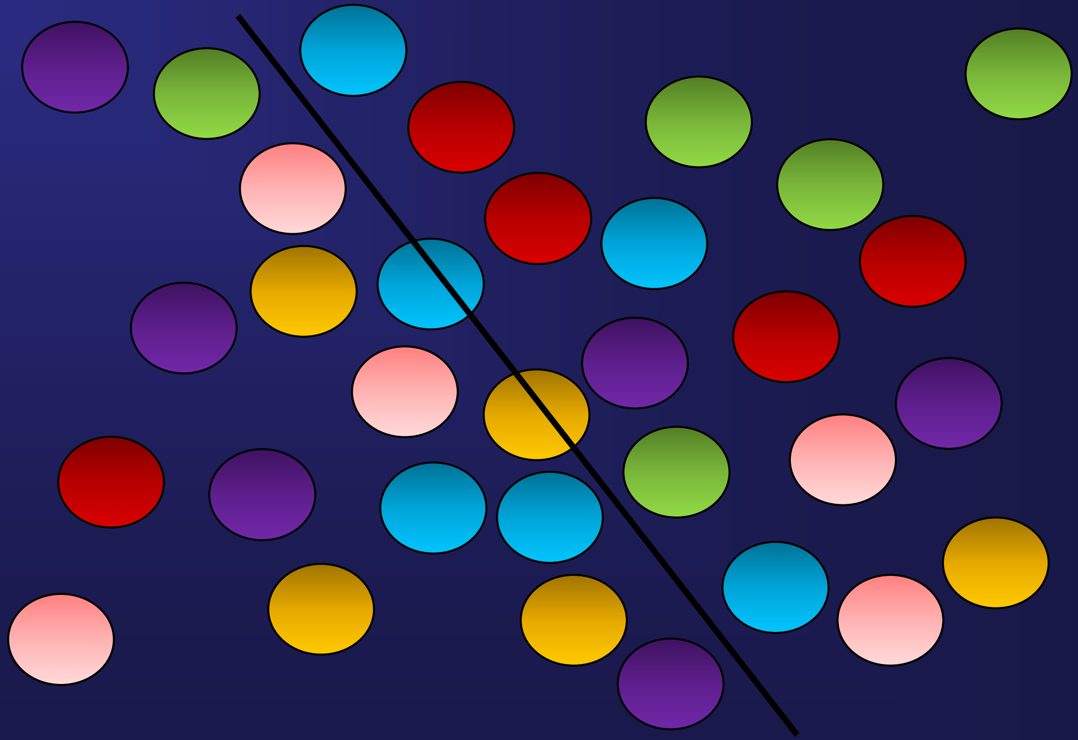


7. Aux extrêmes du contre-intuitif

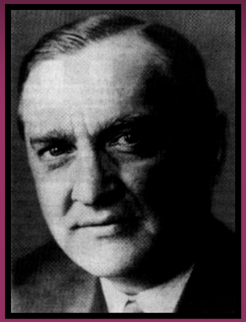


James Joseph Sylvester

(1814-1897)

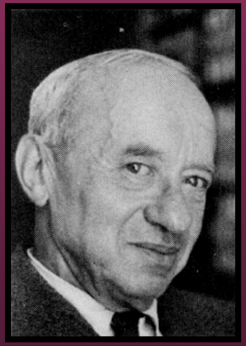


7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stefan Banach

(1892-1945)



Alfred Tarski

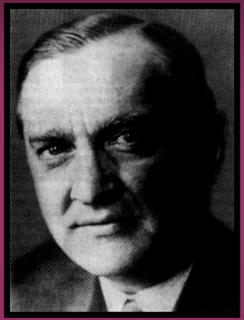
(1901-1983)

Paradoxe de Banach-Tarski

1924

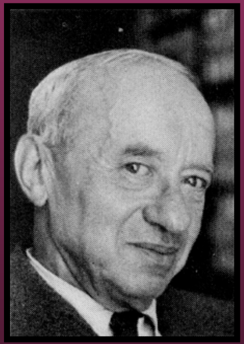
Sur la décomposition des ensembles
de points en parties respectivement congruentes
Fundamenta Mathematicae 6: 244-277.

7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stefan Banach

(1892-1945)



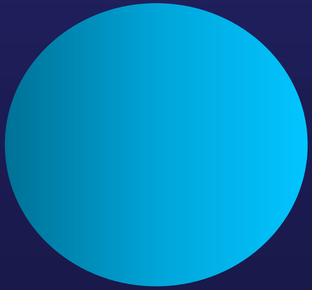
Alfred Tarski

(1901-1983)

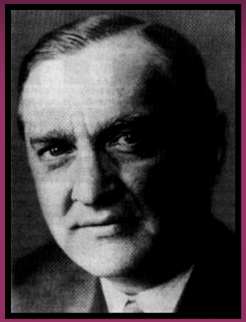
Paradoxe de Banach-Tarski

1924

Sphère ($D \geq 3$)

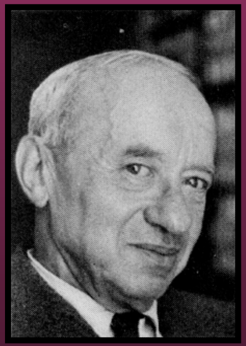


7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stefan Banach

(1892-1945)



Alfred Tarski

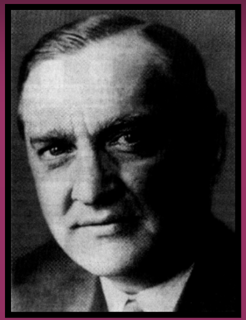
(1901-1983)

Paradoxe de Banach-Tarski

1924

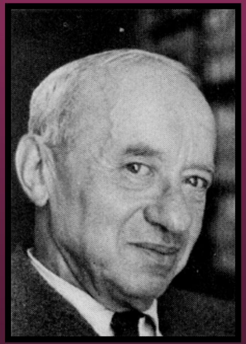
5 morceaux

7. Aux extrêmes du contre-intuitif



Stefan Banach

(1892-1945)



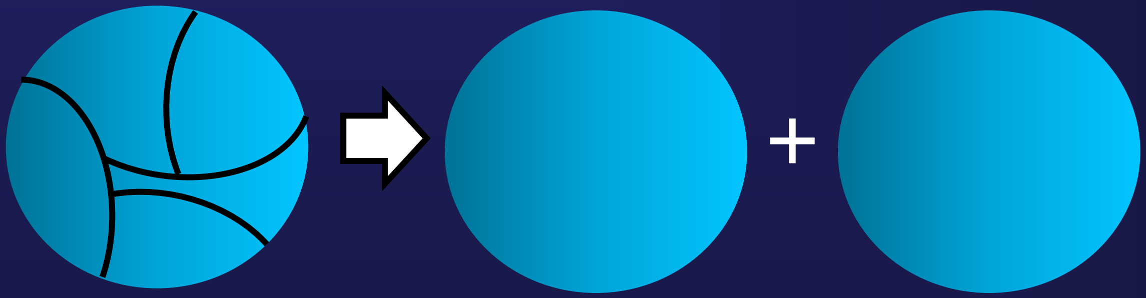
Alfred Tarski

(1901-1983)

Paradoxe de Banach-Tarski

1924

Réarrangement des 5 morceaux



7. Aux extrêmes du contre-intuitif

En guise de conclusion

Comment comprendre que la science puisse démontrer comme vrai ce que nous ne pouvons que constater comme faux?

7. Aux extrêmes du contre-intuitif

En guise de conclusion

Comment comprendre que la science puisse démontrer comme vrai ce que nous ne pouvons que constater comme faux?

Ce pourrait être l’objet d’une prochaine conférence…

Merci